Zadatak 9. Odredi skup svih kompleksnih brojeva z određenih uvjetima

1) $|z-1|>1$; **2)** $|z-3i+2|>2$;

3) $1\leqslant|z-i|\leqslant 3$; **4)** $\pi<\arg z<3\pi/4$;

5) $|z|>2+\operatorname{Im} z$; **6)** $|2z|>|1+z^2|$.

Rješenje. **1)** $|z-1|>1$,

$\sqrt{(a-1)^2+b^2}>1\ /^2$

$(a-1)^2+b^2>1$ – vanjština kruga $S(1,0)$, $r=1$.

2) $|z-3i+2|>2$,

$\sqrt{(a+2)^2+(b-3)^2}>2\ /^2$

$(a+2)^2+(b-3)^2>4$ – vanjština kruga $S(-2,3)$, $r=2$.

3) $1\leqslant|z-i|\leqslant 3$,

$1\leqslant\sqrt{a^2+(b-1)^2}\leqslant 3\ /^2$

$1\leqslant a^2+(b-1)^2\leqslant 9$ – prsten sa središtem u $S(0,1)$ nutarnjeg promjera $r_1=1$ i vanjskog promjera $r_2=3$.

4) $\pi<\arg z<\dfrac{3\pi}{4}$,

$\pi<\varphi<\dfrac{3\pi}{4}$ – nutrina kruga s vrhom u ishodištu kojeg krakovi zatvaraju s pozitivnim dijelom osi x, kutovi π i $\dfrac{3\pi}{4}$.

5) $|z|>2+\operatorname{Im} z$,

$$\sqrt{a^2+b^2}>2+b\ /^2$$
$$a^2+b^2>4+4b+b^2$$
$$4b<a^2-4$$
$$b<\frac{1}{4}a^2-1$$

– dio ispod parabole.

6) $|2z|>|1+z^2|$.