



Zadatak 5. Dokaži da se svaki prirodni broj n , $n \geq 8$, može prikazati u obliku $n = 3k + 5m$, gdje su k i m prirodni brojevi ili nula.

Rješenje. Dokaz provodimo matematičkom indukcijom.

Baza.

$$\text{Imamo } 8 = 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1.$$

Pretpostavka.

Pretpostavimo da neki broj $n \in \mathbb{N}$ možemo zapisati u obliku $n = 3k + 5m$.

Korak.

Broj $n + 1$ tada možemo zapisati kao

$$n + 1 = 3k + 5m + 1 = 3k + 5m + 6 - 5 = 3(k + 2) + 5(m - 1).$$

U slučaju kada je $m = 0$, ovakav prikaz ne vrijedi, ali tada je nužno $k \geq 3$ pa postupamo ovako:

$$n + 1 = 3k + 5m + 1 = 3k - 9 + 5m + 10 = 3(k - 3) + 5(m + 2).$$