

Zadatak 8. Dokaži da n pravaca u ravnini raspoređenih tako da nikoja dva nisu paralelna i nikoja tri ne prolaze istom točkom, dijele ravninu na $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ dijelova.

Rješenje. Dokazuje se indukcijom.

Baza.

Za $n = 1$, pravac dijeli ravninu na $1 + \frac{1(1+1)}{2} = 2$ dijela.

Pretpostavka.

Pretpostavimo da n pravaca koji zadovoljavaju uvjete zadatka dijele ravninu na $1 + \frac{n(n+1)}{2}$ dijelova.

Korak.

Uoči da se dodavanjem $(n+1)$ -vog pravca broj dijelova ravnine povećava za $n+1$ jer se taj pravac siječe sa svih prethodnih n pravaca te će ukupan broj dijelova ravnine biti:

$$1 + \frac{n(n+1)}{2} + n + 1 = 1 + \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = 1 + \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

što je tvrdnja zadatka.