

Zadatak 19. Koliki je zbroj svih znamenki broja $10^{101} - 1$?

Rješenje.

Broj 10^{101} u svojem standardnom dekadskom zapisu jest broj sa 102 znamenke, od kojih je prva 1, a sve ostale 0. Kad od toga broja oduzmemo 1, dobit ćemo broj zapisan sa 101 devetkom. Zbroj njegovih znamenki je jednak $101 \cdot 9 = 999$.

Zadatak možemo riješiti i primjenom identiteta

$$a^n - b^n = (a - b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1}).$$

Dakle:

$$\begin{aligned} 10^{101} - 1 &= (10 - 1)(10^{100} + 10^{99} + \dots + 10^2 + 10 + 1) \\ &= 9 \cdot 111\dots 1 = 999\dots 9. \end{aligned}$$