

Zadatak 27. Odredi sve prirodne brojeve x, y, z takve da bude $\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{1}{zx} = 1$.

Rješenje. Možemo pretpostaviti da je $x \leq y \leq z$. Onda je razlomak $\frac{1}{xy}$ najveći i zato mora biti veći ili jednak $\frac{1}{3}$. Odavde je $xy \leq 3$ i mora biti $x = 1$ (za $x = 2$ zbog $y \geq x$ je $\frac{1}{xy} < \frac{1}{3}$). Za $y = 1$ nema rješenja, za $y = 2$ dobivamo $z = 3$, a za $y = 3$ slijedi $z = 2$. Rješenja su trojke $(1, 2, 3)$, $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 3)$, $(2, 3, 1)$, $(3, 1, 2)$, $(3, 2, 1)$.