

**Zadatak 33.**

Dokaži da zbroj, razlika, umnožak i kvocijent brojeva oblika $a + b\sqrt{2}$, gdje su a i b racionalni brojevi, također mogu biti predviđeni u istom obliku.

Rješenje.

Neka je $x = a + b\sqrt{2}$, $y = c + d\sqrt{2}$. Tada je

$$x + y = a + b\sqrt{2} + c + d\sqrt{2} = (a + c) + (b + d)\sqrt{2};$$

$$x - y = a + b\sqrt{2} - (c + d\sqrt{2}) = (a - c) + (b - d)\sqrt{2};$$

$$x \cdot y = (a + b\sqrt{2}) \cdot (c + d\sqrt{2}) = (ac + 2bd) + (ad + bc)\sqrt{2};$$

$$\begin{aligned}\frac{x}{y} &= \frac{a + b\sqrt{2}}{c + d\sqrt{2}} \cdot \frac{c - d\sqrt{2}}{c - d\sqrt{2}} = \frac{(ac - 2bd) + (bc - ad)\sqrt{2}}{c^2 - 2d^2} \\ &= \frac{ac - 2bd}{c^2 - 2d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 - 2d^2}\sqrt{2}.\end{aligned}$$