

Zadatak 35. Dokaži da je broj $\cos \frac{\pi}{2^n}$ za sve $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ iracionalan.

Rješenje. Prepostavimo da je $\cos \frac{\pi}{2^n}$ racionalan broj. Iz $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ za $\alpha = \frac{\pi}{2^n}$ dobit će se $\cos \frac{\pi}{2^{n-1}} = 2\cos^2 \frac{\pi}{2^n} - 1$, te je $\cos \frac{\pi}{2^{n-1}}$ onda također racionalan broj. Analogno je broj $\cos \frac{\pi}{2^{n-2}}$ racionalan itd. Slijedeći taj put dobit će se da je $\cos \frac{\pi}{4}$ racionalan, što nije istina.