Zadatak 39. Dokaži da za pozitivne brojeve x, y, z vrijedi nejednakost

$$x^3 + y^3 + z^3 \geqslant 3xyz.$$

Rješenje. Nejednakost je poopćenje jednostavne nejednakosti $x^2 + y^2 \geqslant 2xy$ na tri pribrojnika. Iz ove nejednakosti slijedi
$(x^2+y^2)+(y^2+z^2)+(z^2+x^2)\geqslant 2(xy+yz+zx)$
te je

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz \geqslant 0.$$

Zato vrijedi
$(x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - yz) \geqslant 0$. Sređivanjem dobivamo traženu nejednakost.

Inače, ovo je specijalni slučaj nejednakosti između aritmetičke i geometrijske sredine n pozitivnih brojeva:

$$x_1 + x_2 + \ldots + x_n \geqslant n\sqrt[n]{x_1 x_2 \cdots x_n}.$$