



Zadatak 44. Neka je z kompleksan, a realan takav da je $z + \frac{1}{z} = a$. Dokaži da je z realan ili $|z| = 1$.

Rješenje. Napišimo z u obliku $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$. Onda je $\frac{1}{z} = \frac{1}{r}(\cos \varphi - i \sin \varphi)$ pa je $z + \frac{1}{z} = \left(r + \frac{1}{r}\right) \cos \varphi + i \left(r - \frac{1}{r}\right) \sin \varphi$. Ovaj je broj realan ako je $\varphi = 0$ ili $\varphi = \pi$ (tj. z realan) ili $r = 1$, tj. $|z| = 1$.