

Zadatak 45. Odredi tri kompleksna broja jednakih modula sa svojstvom da su im zbroj i umnožak jednaki 1.

Rješenje. Neka su to brojevi z_1, z_2, z_3 . Vrijedi $|z_1 z_2 z_3| = |z_1|^3 = 1$ te je $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$. Sada imamo $z_1 \overline{z_1} = |z_1|^2 = 1$ te je $z_1 = \frac{1}{z_1}$, slično za z_2 i z_3 . Zato je

$$\begin{aligned} 1 &= \overline{z_1 + z_2 + z_3} = \overline{z_1} + \overline{z_2} + \overline{z_3} = \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} \\ &= \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_2 z_3}{z_1 z_2 z_3} = z_1 z_2 + z_1 z_3 + z_2 z_3. \end{aligned}$$

Po Vièteovim formulama, z_1, z_2, z_3 su nultočke polinoma $z^3 - z^2 + z - 1$, te je $z_1 = 1, z_2 = i, z_3 = -i$.