

Zadatak 52.

- 1) Odredi modul i argument kompleksnog broja $z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$.
- 2) Odredi prirodne brojeve n za koje je z^n realan broj. Izračunaj z^n za najmanji takav broj n .
- 3) Odredi prirodne brojeve n za koje je z^n čisto imaginarni broj.

Rješenje.

- 1) Modul broja je kvocijent modula, i iznosi

$$|z| = \frac{\sqrt{1+3}}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2}.$$

Argument broja je razlika argumenata:

$$\varphi = \varphi_1 - \varphi - 2$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \sqrt{3} \implies \varphi_1 = \frac{\pi}{3} \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = -1 \implies \varphi_2 = -\frac{\pi}{4}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{7\pi}{12}.$$

2) z^n će biti realan ako je $\frac{7\pi}{12} \cdot n = k\pi$, što je istina ako je n djeljiv s 12.

3) z^n će biti imaginarni ako je $\frac{7\pi}{12} \cdot n = \left(k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$.