

Zadatak 5. Odredi prve dvije derivacije funkcija:

$$1) f(x) = \frac{e^x}{x};$$

$$2) f(x) = \frac{e^x - 1}{x};$$

$$3) f(x) = \frac{x^2}{e^x};$$

$$4) f(x) = (x + 1)e^x;$$

$$5) f(x) = x^n e^{-x}, n > 1.$$

$$6) f(x) = x^{2n} e^{-2x}, n > 1.$$

Rješenje.

$$1) f'(x) = \frac{e^x \cdot x - e^x \cdot 1}{x^2} = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2},$$

$$f''(x) = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2} - \frac{e^x x^2 - e^x \cdot 2x}{x^4} = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2} - \frac{e^x}{x^2} + \frac{2e^x}{x^3} = e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right);$$

$$2) f'(x) = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2} + \frac{1}{x^2},$$

$$f''(x) = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2} - \left(\frac{e^x x^2 - e^x \cdot 2x}{x^4} \right) - \frac{2}{x^3} = \frac{e^x}{x} - \frac{e^x}{x^2} - \frac{e^x}{x^2} + \frac{2e^x}{x^3} - \frac{2}{x^3} = e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2} + \frac{2}{x^3} \right) - \frac{2}{x^3};$$

$$3) f'(x) = \frac{2xe^x - x^2 e^x}{e^{2x}} = \frac{2x - x^2}{e^x} = \frac{2x}{e^x} - \frac{x^2}{e^x},$$

$$f''(x) = \frac{2e^x - 2xe^x}{e^{2x}} + \frac{x^2 - 2x}{e^x} = \frac{2 - x + x^2 - 2x}{e^x} = \frac{x^2 - 3x + 2}{e^x};$$

$$4) f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - \frac{1}{\sin^2 x} = \cos^{-2} x - \sin^{-2} x,$$

$$f''(x) = 2 \cos^{-3} x \sin x + 2 \sin^{-3} x \cos x = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x} + \frac{2 \cos x}{\sin^3 x};$$

$$5) f'(x) = \cos x - \frac{1}{\cos^2 x},$$

$$f''(x) = -\sin x - \frac{2 \sin x}{\cos^3 x};$$

$$6) f'(x) = f''(x) = 0.$$