

Zadatak 7. Dokaži da se tangente krivulje $y = \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 3}$ povučene u točkama s ordinatom 1 sijeku u ishodištu koordinatnog sustava.

Rješenje. Apscise točaka dobivamo rješavanjem jednadžbe $f(x) = 1$, tj. $3x^2 + 1 = x^2 + 3 \implies 2x^2 = 2$, odakle je $x_1 = -1$, $x_2 = 1$. $y' = \frac{6x(x^2 + 3) - 2x(3x^2 + 1)}{(x^2 + 3)^2} = \frac{6x^3 + 18x - 6x^3 - 2x}{(x^2 + 3)^2} = \frac{16x}{(x^2 + 3)^2}$; $y'(\pm 1) = \pm \frac{16}{4^2} = \pm 1$. Jednadžbe tangenata glase $y - 1 = x - 1 \implies y = x$ i $y - 1 = -x - 1 \implies y = -x$. One se sijeku u ishodištu.