

Zadatak 5. Odredi intervale monotonosti funkcije f ako je

1) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x + 1$;

2) $f(x) = 3x + \frac{3}{x} - 5$;

3) $f(x) = x^3 - x^2 + x$;

4) $f(x) = x^5 - 5x^4 + 4$.

Rješenje. 1) $f'(x) = 2x^2 - 2 = 2(x - 1)(x + 1)$. Stacionarne točke su 1 i -1 .
 $(x - 1)(x + 1) < 0 \implies x \in \langle -1, 1 \rangle$; $(x - 1)(x + 1) > 0 \implies x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$. Funkcija je padajuća na $\langle -1, 1 \rangle$, a rastuća na $\mathbf{R} \setminus [-1, 1]$.

2) $f'(x) = 3 - \frac{3}{x^2} = \frac{3(x - 1)(x + 1)}{x^2}$. $(x - 1)(x + 1) > 0 \implies x \in \langle -\infty, -1 \rangle \cup \langle 1, +\infty \rangle$; $(x - 1)(x + 1) < 0 \implies x \in \langle -1, 1 \rangle$. Funkcija je padajuća na $\langle -1, 1 \rangle \setminus \{0\}$, a rastuća na $\mathbf{R} \setminus [-1, 1]$.

3) $f'(x) = 3x^2 - 2x + 1 > 0$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Funkcija je rastuća na \mathbf{R} .

4) $f'(x) = 5x^4 - 5 \cdot 4x^3 = 5x^3(x - 4)$. $x^3(x - 4) > 0 \implies x \in \langle -\infty, 0 \rangle \cup \langle 4, +\infty \rangle$; $x^3(x - 4) < 0 \implies x \in \langle 0, 4 \rangle$. Funkcija je padajuća na $\langle 0, 4 \rangle$, a rastuća na $\mathbf{R} \setminus [0, 4]$.