

**Zadatak 7.** Odredi intervale monotonosti funkcija:

1)  $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$ ;

2)  $f(x) = \sin(\cos x)$ ;

3)  $f(x) = \cos x + \frac{x^2}{2}$ ;

4)  $f(x) = 2 \sin^2 \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2}$ .

**Rješenje.**

1)  $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$ ,  
 $f'(x) = -\sin 2x \cos 2x \cdot 2 = -\sin 4x$ . Funkcija raste za:  $2k\pi < 4x < (2k+1)\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ , a pada za:  $(2k+1)\pi < 4x < (2k+2)\pi$ , tj. raste na intervalu  $\left\langle \frac{k\pi}{2}, \frac{2k+1}{4}\pi \right\rangle$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ , a pada na intervalu  $\left\langle \frac{2k+1}{4}\pi, \frac{k+1}{2}\pi \right\rangle$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ;

2)  $f'(x) = \cos(\cos x) \cdot (-\sin x)$  (predznak ovisi samo o  $-\sin x$ ),  $\cos(\cos x) > 0$ ,  $\forall x$ . Funkcija pada na  $\langle 2k\pi, (2k+1)\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ , a raste na  $\langle (2k-1)\pi, 2k\pi \rangle$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ ;

3)  $f'(x) = -\sin x + x = x - \sin x$ . Funkcija pada na  $\mathbf{R}^{-1}$ , a raste na  $\mathbf{R}^{+}$ ;

4)  $f'(x) = 4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} + x = x + \sin x$  (predznak ne ovisi o  $\sin x$ , već samo o  $x$ ). Funkcija pada na  $\mathbf{R}^{-}$ , a raste na  $\mathbf{R}^{+}$ .