

Zadatak 4. Zbroj duljina jedne katete i hipotenuze pravokutnog trokuta iznosi 21 cm. U skupu svih takvih trokuta odredi onaj koji ima maksimalnu površinu.

Rješenje.

$a + c = 21 \implies c = 21 - a, b^2 = c^2 - a^2 = (21 - a)^2 - a^2 = (21 - a - a)(21 - a + a) = 21(21 - 2a)$. Površina pravokutnog trokuta je $P(a) = \frac{ab}{2} = \frac{1}{2} \cdot [a\sqrt{21(21 - 2a)}]$. Deriviramo tu funkciju i dobijemo $P'(a) = \frac{1}{2} \cdot \left[\sqrt{21(21 - 2a)} + a \cdot \frac{-42}{2\sqrt{21(21 - 2a)}} \right] = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 21(21 - 2a) - 42a}{2\sqrt{21(21 - 2a)}} = \frac{882 - 84a - 42a}{4\sqrt{21(21 - 2a)}} = \frac{882 - 126a}{4\sqrt{21(21 - 2a)}}$. Tražimo stacionarne točke $882 - 126a = 0 \implies a = 7, b = \sqrt{21(21 - 2 \cdot 7)} = 7\sqrt{3}$ i $c = 21 - 7 = 14$.