

Zadatak 9. Osnovka uspravne prizme je jednakokračan pravokutni trokut. Dijagonala najveće pobočke dugačka je $2\sqrt{3}$ cm. U skupu ovakvih prizmi odredi onu s najvećim volumenom.

Rješenje. Označimo katete baze s a , hipotenuzu s c i visinu prizme s h . Vrijedi $c^2 + h^2 = (2\sqrt{3})^2$. Uvrstimo $c^2 = 2a^2$ i dobijemo $2a^2 + h^2 = 12 \implies a^2 = \frac{12 - h^2}{2}$. Volumen prizme jednak je $V = B \cdot h = \frac{a^2}{2} \cdot h = \frac{12 - h^2}{4} \cdot h = 3h - \frac{h^3}{4}$. Deriviramo funkciju $V(h) = 3h - \frac{h^3}{4}$ i dobijemo $V'(h) = 3 - \frac{3}{4} \cdot h^2$. Iz jednačimo to s nulom i dobijemo $\frac{3}{4} \cdot h^2 = 3 \implies h^2 = 4 \implies h = 2$, $a^2 = \frac{12 - 4}{2} = 4 \implies a = 2$ i $c^2 = 2 \cdot 4 = 8 \implies c = 2\sqrt{2}$. Najveći volumen je $V = 3 \cdot 2 - \frac{8}{4} = 4$.