

**Zadatak 11.** U skupu pravilnih trostranih piramida s bočnim bridom duljine 3 cm odredi onu s najvećim volumenom.

*Rješenje.*

Označimo s  $b = 3$  brid, s  $a$  stranicu jednakostraničnog trokuta koji čini bazu piramide. Tada vrijedi  $h^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = b^2 \implies h^2 + \frac{a^2}{3} = 9 \implies \frac{a^2}{3} = 9 - h^2$ . Volumen piramide je  $V = \frac{1}{3} \cdot Bh = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{(9 - h^2)\sqrt{3}h}{4} = \frac{9}{4} \cdot h\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot h^3$ . Deriviramo funkciju  $V(h) = \frac{9}{4} \cdot h\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot h^3$  i dobijemo  $V'(h) = \frac{9}{4} \cdot \sqrt{3} - \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot h^2$ . Izjednačimo to s nulom  $\frac{9}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}}{4} \cdot h^2 \implies h^2 = 3 \implies h = \sqrt{3}$ ,  $V = \frac{27}{4} - \frac{9}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$ .