Zadatak 12. U skupu pravilnih trostranih piramida kojima visina pobočke iznosi $4\sqrt{3}$ cm odredi onu s najvećim volumenom. Koliki je tada taj volumen?

Rješenje. Označimo s v visinu pobočke, s a stranicu jednakostraničnog trokuta koji čini bazu piramide. Tada vrijedi $h^2 + \left(\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 = (4\sqrt{3})^2 \implies h^2 + \frac{a^2}{12} = 48 \implies \frac{a^2}{12} = 48 - h^2$. Volumen piramide je $V = \frac{1}{3}\cdot B\cdot h = \frac{1}{3}\cdot\frac{a^2\sqrt{3}}{4}\cdot h = (48-h^2)\cdot\sqrt{3}\cdot h = 48\sqrt{3}h - \sqrt{3}h^3$. Deriviramo li funkciju $V(h) = 48\sqrt{3}h - \sqrt{3}h^3$ dobit ćemo $48\sqrt{3} - 3\sqrt{3}h^2$. Izjednačimo to s nulom i dobijemo $48\sqrt{3} - 3\sqrt{3}h^2 = 0 \implies 3\sqrt{3}h^2 = 48\sqrt{3} \implies h^2 = 16 \implies h = 4$, $\frac{a^2}{12} = 48 - 16 \implies a^2 = 36 \implies a = 6$, $V = (48-16)\cdot\sqrt{3}\cdot 4 = 128\sqrt{3}$.