

Zadatak 17. U polukuglu polumjera 4cm upisan je valjak kojemu je osnovka u ravnini osnovke polukugle. Koji od takvih valjaka ima najveći obujam?

Rješenje.

Vrijedi $R^2 = r^2 + h^2 \implies 16 = r^2 + h^2 \implies r^2 = 16 - h^2$. Volumen valjka je $V = r^2 \pi \cdot h = (16 - h^2) \pi \cdot h = 16\pi h - \pi \cdot h^3$. Deriviramo li funkciju $V(h) = 16\pi h - \pi \cdot h^3$, dobit ćemo $V'(h) = 16\pi - 3\pi \cdot h^2$. Izjednačimo to s nulom i dobijemo $16\pi - 3\pi \cdot h^2 = 0 \implies 3h^2 = 16 \implies h^2 = \frac{16}{3} \implies h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, $r^2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3} \implies r = \frac{4\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$.