

**Zadatak 21.** Odsječku parabole  $y^2 = 2px$ , odsječenom pravcem  $x = 2a$  upiši pravokutnik najveće površine.

*Rješenje.*

Vrh pravokutnika na paraboli ima koordinate  $T(2a - z, y)$ . Površina pravokutnika jednaka je  $P = 2y \cdot z = 2\sqrt{2px} \cdot z = 2\sqrt{2p(2a - z)} \cdot z$ . Deriviramo funkciju  $P(z) = 2\sqrt{2p(2a - z)} \cdot z$  i dobijemo  $P'(z) = 2\sqrt{2p(2a - z)} - 2z \cdot \frac{2p}{2\sqrt{2p(2a - z)}} = \frac{2 \cdot 2p(2a - z) - 2zp}{2\sqrt{2p(2a - z)}}$ . Izjednačimo to s nulom i imamo  $2 \cdot 2p(2a - z) - 2zp = 0 \implies 8ap - 4pz - 2pz = 0 \implies 6pz = 8ap \implies z = \frac{4}{3}a$ ,  $y = \sqrt{2p(2a - z)} = \sqrt{2p \cdot \left(2a - \frac{4a}{3}\right)} = \sqrt{2p \cdot \frac{2a}{3}} = 2\sqrt{\frac{ap}{3}}$ . Površina pravokutnika je  $P = 2y \cdot z = 2 \cdot 2\sqrt{\frac{ap}{3}} \cdot \frac{4}{3}a = \frac{16}{3}a \cdot \sqrt{\frac{ap}{3}} = \frac{16}{9}a\sqrt{3ap}$ .