Zadatak 22. Na elipsi $2x^2 + y^2 = 18$ dane su točke $A(1,4)$, $B(3,0)$. Odredi točku C te elipse tako da trokut ABC ima maksimalnu površinu.

Rješenje. Iz jednadžbe elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{18} = 1$ imamo $y = \sqrt{18 - 2x^2}$. Površina trokuta jednaka je $P = \frac{1}{2}|x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)| = \frac{1}{2}|1(0 - y) + 3(y - 4) + x(4 - 0)| = \frac{1}{2}| - y + 3y - 12 + 4x| = \frac{1}{2}|4x + 2y - 12| = |2x + y - 6| = |2x - 6 + \sqrt{18 - 2x^2}|$. Deriviramo li funkciju $P(x) = 2x - 6 + \sqrt{18 - 2x^2}$ dobit ćemo $P'(x) = 2 - \frac{4x}{2\sqrt{18 - 2x^2}} = 2 - \frac{2x}{\sqrt{18 - 2x^2}} = \frac{2\sqrt{18 - 2x^2} - 2x}{\sqrt{18 - 2x^2}}$. Izjednačimo to s nulom $2\sqrt{18 - 2x^2} - 2x = 0 \implies x = \sqrt{18 - 2x^2}$. Kvadriramo tu jednadžbu i dobijemo $x^2 = 18 - 2x^2 \implies 3x^2 = 18 \implies x^2 = 6 \implies x = \pm\sqrt{6}$, $y = \pm\sqrt{6}$. $2x + y - 6$ je najveće za $x = -\sqrt{6}$, $y = -\sqrt{6}$. Točka C ima koordinate $C(-\sqrt{6}, -\sqrt{6})$.