

Zadatak 10. Riješi jednadžbu $f'(x) = g'(x)$ ako je
 $f(x) = 3 - \cos x$, $g(x) = \frac{1}{3}(3 \cos x - 4 \cos^3 x)$, $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

Rješenje. Deriviramo funkcije f i g : $f'(x) = \sin x$ i $g'(x) = \frac{1}{3}(-3 \sin x + 12 \cos^2 x \sin x) = \sin x(4 \cos^2 x - 1)$. Imamo jednadžbu $\sin x = \sin x(4 \cos^2 x - 1) \implies \sin x - \sin x(4 \cos^2 x - 1) = 0 \implies \sin x(1 - 4 \cos^2 x + 1) = 0 \implies \sin x(\sqrt{2} - 2 \cos x)(\sqrt{2} + 2 \cos x) = 0$. Odavde slijedi $\sin x = 0$ ($x = \frac{\pi}{2} + k\pi$) ili $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, $x = \frac{7\pi}{4} + 2k\pi$) ili $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ($x = \frac{3\pi}{4} + 2k\pi$, $x = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$). Budući da za x vrijedi $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$, rješenje jednadžbe je $x = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$, $k \in \mathbf{Z}$.