

Zadatak 52. Jesu li jednake funkcije f i g definirane na prirodnoj domeni:

- 1) $f(x) = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x$, $g(x) = 1$;
- 2) $f(x) = \lfloor \sin x \rfloor$, $g(x) = \frac{|\sin x|}{\sin x}$;
- 3) $f(x) = 1$, $g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$;
- 4) $f(x) = \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$, $g(x) = 2$;
- 5) $f(x) = \cos x - \sin x$, $g(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)$;
- 6) $f(x) = \cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x$, $g(x) = \sin^2 x \cdot \operatorname{ctg} x$?

Rješenje.

- 1) Ne. Nemaju jednake domene. Domena funkcije g je čitav skup \mathbf{R} , a u domenu funkcije f ne spadaju brojevi za koje je $\sin x = 0$, $\cos x = 0$.
- 2) Ne. Nemaju jednake domene. Domena funkcije f je čitav skup \mathbf{R} , a u domenu funkcije g ne spadaju brojevi za koje je $\sin x = 0$.
- 3) Da. Prirodna domena obje funkcije je čitav skup \mathbf{R} , slika im je skup $\{1\}$ i $f(x) = g(x) = 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$.
- 4) Ne. Nemaju jednake domene. Domena funkcije g je čitav skup \mathbf{R} , a u domenu funkcije f ne spadaju brojevi za koje je $\sin x = 0$, $\cos x = 0$.
- 5) Da. Prirodna domena obje funkcije je čitav skup \mathbf{R} i

$$\begin{aligned} f(x) &= \cos x - \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - \sin x = 2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \sin \frac{\pi}{4} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = g(x), \quad \forall x \in \mathbf{R}; \end{aligned}$$

- 6) Ne. Nemaju jednake prirodne domene. U prirodnoj domeni funkcije f nisu brojevi za koje je $\cos x = 0$, a u prirodnoj domeni funkcije g nisu brojevi za koje je $\sin x = 0$.