

**Zadatak 13.** Realna funkcija  $f(x) = \{x\}$ , gdje je  $\{x\} = x - \lfloor x \rfloor$ , jest periodička. Provjeri to! Jesu li periodičke funkcije oblika  $f(x) = a\{x\}$  i  $f(x) = \{ax\}$ , gdje je  $a \in \mathbf{R}$ ,  $a \neq 0$ ?

*Rješenje.*

$$f(x) = \{x\} = x - \lfloor x \rfloor;$$

$$f(x+1) = \{x+1\} = x+1 - \lfloor x+1 \rfloor = x+1 - \lfloor x \rfloor - 1 = x - \lfloor x \rfloor = f(x) \implies \text{funkcija je periodička s periodom 1;}$$

$$f(x) = a\{x\} = a(x - \lfloor x \rfloor);$$

$$f(x+1) = a\{x+1\} = a(x+1 - \lfloor x+1 \rfloor) = a(x+1 - \lfloor x \rfloor - 1) = a(x - \lfloor x \rfloor) = f(x) \implies \text{funkcija je periodička s periodom 1;}$$