

Zadatak 7. Ako za svaki $x \in \mathbf{R}$ vrijedi $f(x+1) = \frac{1-f(x)}{1+f(x)}$, pokaži da je f periodična s periodom 2.

Rješenje. Izračunati ćemo $f(x+2) = f(x+1+1)$ koristeći zadani uvjet.

$$\begin{aligned} f(x+2) = f(x+1+1) &= \frac{1-f(x+1)}{1+f(x+1)} = \frac{1 - \frac{1-f(x)}{1+f(x)}}{1 + \frac{1-f(x)}{1+f(x)}} \\ &= \frac{1+f(x) - 1+f(x)}{1+f(x) + 1-f(x)} = \frac{2f(x)}{2} = f(x). \end{aligned}$$