

Zadatak 8. Polinom P je parna funkcija ako i samo ako sadrži samo parne potencije. On je neparna funkcija ako i samo ako sadrži samo neparne potencije. Dokaži!

Rješenje. Neka je P_1 polinom koji sadrži samo neparne potencije:

$$P_1(x) = a_1x^1 + a_2x^3 + \dots + a_kx^{2k-1}, \quad k \in \mathbf{N}$$

tada je

$$\begin{aligned} P_1(-x) &= a_1(-x)^1 + a_2(-x)^3 + \dots + a_k(-x)^{2k-1} = -a_1x^1 - a_2x^3 - \dots - a_kx^{2k-1} \\ &= -(a_1x^1 + a_2x^3 + \dots + a_kx^{2k-1}) = -P_1(x) \end{aligned}$$

Neka je sada P_2 polinom koji sadrži samo parne potencije:

$$P_2(x) = a_0x^0 + a_1x^2 + \dots + a_kx^{2k}, \quad k \in \mathbf{N}$$

tada je

$$P_2(-x) = a_0(-x)^0 + a_1(-x)^2 + \dots + a_k(-x)^{2k} = a_0x^0 + a_1x^2 + \dots + a_kx^{2k} = P_2(x)$$