

Zadatak 22. Odredi područje definicije realne funkcije $f^n(x)$ ako je

$$1) f(x) = \sqrt{x+1}; \quad 2) f(x) = \sqrt{x-1}.$$

Rješenje.

$$1) f^2(x) = \sqrt{1 + \sqrt{x+1}}$$

$$f^3(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{x+1}}}$$

$$f^n(x) = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots + \sqrt{1+x}}}, \quad (n \text{ korijena}),$$

funkcija f^n definirana je za sve $x \in [-1, +\infty)$.

$$2) f^2(x) = \sqrt{\sqrt{x-1} - 1}$$

$$f^3(x) = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x-1} - 1} - 1}$$

$$f^n(x) = \sqrt{\sqrt{\dots \sqrt{x-1} - 1} - 1}, \quad (n \text{ korijena}),$$

Iz $f^{n+1}(x) = f^n(\sqrt{x-1})$ naći će se domena od f^{n+1} stavljajući $\sqrt{x-1} \geq a_n$, odnosno

$x \geq a_n^2 + 1 = a_{n+1}$. Tako je $D(f^n) = [a_n, +\infty)$, gdje je a_n zadan s $a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_n^2 + 1$, $n \in \mathbf{N}$.