Zadatak 27. Ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{4}$, $g(x) = 2^{x-1}$, riješi jednadžbu $(f^{-1} \circ g^{-1})(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$.

Rješenje. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{x}{4} = -\log_2 \frac{x}{4} = \log_2 4 - \log_2 x = 2 - \log_2 x$

$$x = 2 - \log_2 y, \quad 2 - x = \log_2 y, \quad y = 2^{2-x} \implies f^{-1}(x) = 2^{2-x};$$

$g(x) = 2^{x-1}$;

$$x = 2^{y-1}, \quad x = \frac{1}{2} \cdot 2^y, \quad 2x = 2^y, \quad y = \log_2(2x) \implies g^{-1}(x) = \log_2(2x);$$

$$\begin{aligned}
(f^{-1} \circ g^{-1})(x) &= (g^{-1} \circ f^{-1})(x) \\
2^{2-\log_2(2x)} &= \log_2(2 \cdot 2^{2-x}) \\
\frac{4}{2^{\log_2(2x)}} &= \log_2(2^{3-x}) \\
\frac{2}{x} &= 3 - x \\
x^2 - 3x + 2 &= 0 \\
(x-1)(x-2) &= 0
\end{aligned}$$

Rješenja su $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.