

Zadatak 5. Izračunaj površinu što je s parabolom $y = \frac{1}{4}x^2$ omeđuje pravac $y = \frac{1}{2}x + 2$.

Rješenje. Pronađimo sjecišta pravca i krivulje:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}x^2 \\ y &= \frac{1}{2}x + 2 \\ \hline \frac{1}{4}x^2 &= \frac{1}{2}x + 2 \\ x^2 - 2x - 8 &= 0 \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} \\ x_{1,2} &= \frac{2 \pm 6}{2} \\ x_1 &= 4, \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Površinu koju tražimo dobit ćemo tako da od površine ispod pravca oduzmemo površinu ispod krivulje. Iz zadatka 2. imamo izraz za površinu ispod pravca

$$P = \frac{b^2 - a^2}{2} \cdot k + (b - a)l \text{ pa je } P_p = \frac{16 - 4}{2} \cdot \frac{1}{2} + (4 + 2) \cdot 2 = 3 + 12 = 15.$$

Iz zadatka 3. imamo izraz za površinu ispod grafa parabole $P = \frac{b^3 - a^3}{3}$ pa

$$\begin{aligned} \text{je } P_k &= k \cdot P = \frac{1}{4} \cdot \frac{64 + 8}{3} = \frac{1}{4} \cdot 24 = 6. \text{ Dakle, tražena površina je} \\ P &= P_p - P_k = 15 - 6 = 9. \end{aligned}$$