



Zadatak 30. Izračunaj volumen tijela koje nastaje rotacijom oko y -osi lika omeđenog krivoljkom $y = \frac{1}{1+x^2}$ i pravcima $x = 0$, $x = 1$.

Rješenje.

$$y = \frac{1}{1+x^2} \implies y + yx^2 = 1 \implies x = \sqrt{\frac{1}{y} - 1}.$$
$$V = \pi \int_1^{\frac{1}{2}} \left(\sqrt{\frac{1}{y} - 1} \right)^2 dy = \pi \int_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{y} - 1 \right) dy = \pi \left(\ln |y| \Big|_1^{\frac{1}{2}} - y \Big|_1^{\frac{1}{2}} \right) =$$
$$\pi \left(\ln \frac{1}{2} - \ln 1 - \frac{1}{2} + 1 \right) = \pi \left(\ln \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right).$$