Zadatak 30. Provjeri da je opći član niza (a_n), $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \dfrac{2}{3 - a_n}$, $n \geqslant 1$, zadan formulom
$a_n = \dfrac{3 \cdot 2^{n-1} - 2}{3 \cdot 2^{n-1} - 1}$.

Rješenje. Provjerava se indukcijom. Za $n = 1$ imamo

$$a_1 = \frac{3 \cdot 1 - 2}{3 \cdot 1 - 1} = \frac{1}{2}$$

te tvrdnja vrijedi.

Pretpostavimo da tvrdnja vrijedi za $n = k$, tj. da je $a_k = \dfrac{3 \cdot 2^{k-1} - 2}{3 \cdot 2^{k-1} - 1}$. Onda za $n = k + 1$ imamo

$$a_{k+1} = \frac{2}{3 - a_k} = \frac{2}{3 - \dfrac{3 \cdot 2^{k-1} - 2}{3 \cdot 2^{k-1} - 1}} = \frac{2(3 \cdot 2^{k-1} - 1)}{3(3 \cdot 2^{k-1} - 1) - 3 \cdot 2^{k-1} + 2}$$
$$= \frac{3 \cdot 2^k - 2}{9 \cdot 2^{k-1} - 3 - 3 \cdot 2^{k-1} + 2} = \frac{3 \cdot 2^k - 2}{6 \cdot 2^{k-1} - 1} = \frac{3 \cdot 2^k - 2}{3 \cdot 2^k - 1}.$$