

Zadatak 14.

Odredi sve realne vrijednosti od x za koje su $\sqrt{x-1}$, $\sqrt{5x-1}$, $\sqrt{12x+1}$ uzastopni članovi aritmetičkog niza.

Rješenje.

Da bi brojevi $\sqrt{x-1}$, $\sqrt{5x-1}$, $\sqrt{12x+1}$ bili uzastopni članovi aritmetičkog niza mora vrijediti:

$$2\sqrt{5x-1} = \sqrt{x-1} + \sqrt{12x+1} \quad /^2$$

$$4(5x-1) = x-1 + 12x+1 + 2\sqrt{(x-1)(12x+1)}$$

$$20x-4-13x = 2\sqrt{12x^2-11x-1}$$

$$7x-4 = 2\sqrt{12x^2-11x-1} \quad /^2$$

$$49x^2-56x+16 = 48x^2-44x-4$$

$$x^2-12x+20 = 0$$

$$x^2-12x+36 = 16$$

$$(x-6)^2 = 16$$

$$x-6 \pm 4 \implies x_{1,2} = 6 \pm 4 \implies x_1 = 2, \quad x_2 = 10;$$

Brojevi $\sqrt{x-1}$, $\sqrt{5x-1}$, $\sqrt{12x+1}$ su članovi aritmetičkog niza za $x = 2$ i $x = 10$.