

**Zadatak 16.** Za koji su  $x$  brojevi  $1 + \sin x$ ,  $\sin^2 x$ ,  $1 + \sin 3x$  uzastopni članovi nekog aritmetičkog niza?

**Rješenje.** Da bi brojevi  $1 + \sin x$ ,  $\sin^2 x$ ,  $1 + \sin 3x$  bili uzastopni članovi aritmetičkog niza mora vrijediti:

$$2 \sin^2 x = 1 + \sin x + 1 + \sin 3x$$

$$2 \sin^2 x = 2 + 2 \sin 2x \cos x / : 2$$

$$\sin^2 x = 1 + 2 \sin x \cos^2 x$$

$$1 - \sin^2 x + 2 \sin x \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x + 2 \sin x \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x(1 + 2 \sin x) = 0$$

$$1^\circ \cos^2 x = 0 \implies \cos x = 0 \implies x = (2k - 1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbf{Z}$$

$$2^\circ 1 + 2 \sin x = 0 \implies 2 \sin x = -1 \implies \sin x = -\frac{1}{2},$$

$$x = \pi + \frac{\pi}{6} \text{ ili } 2\pi - \frac{\pi}{6} \implies x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + k\pi, \quad k \in \mathbf{Z}.$$

Brojevi  $1 + \sin x$ ,  $\sin^2 x$ ,  $1 + \sin 3x$  su članovi aritmetičkog niza za  $x = (2k - 1)\frac{\pi}{2}$ , i  $x = (-1)^{k+1}\frac{\pi}{6} + k\pi$ ,  $k \in \mathbf{Z}$ .