

**Zadatak 63.** Odredi zbroj prvih  $m + n$  članova aritmetičkog niza ako je  $a_m = n$ ,  $a_n = m$ .

*Rješenje.*  $a_m = n$ ,  $a_n = m$ ,  $S_{m+n} = ?$

Iz uvijeta zadatka dobijemo sustav dviju jednažbi s dvije nepoznanice:

$$a_1 + (m - 1)d = n,$$

$$a_1 + (n - 1)d = m;$$

Oduzmemo li drugu jednažbu od prve imamo:

$$(m - n)d = n - m \implies d = -1;$$

Uvrstimo  $d$  u prvu jednažbu dobijemo  $a_1$ :

$$a_1 + (m - 1)(-1) = n \implies a_1 = m + n - 1;$$

Sada možemo izračunati traženu sumu:

$$\begin{aligned} S_{m+n} &= \frac{m+n}{2}(2m + 2n - 2 + (m+n-1)(-1)) \\ &= \frac{m+n}{2}(2m + 2n - 2 - m - n + 1) \\ &= \frac{m+n}{2}(m+n-1) \\ S_{m+n} &= \frac{(m+n)(m+n-1)}{2} \end{aligned}$$