

Zadatak 66.

U aritmetičkim nizovima $17, 21, 25, 29, \dots$ i $16, 21, 26, 31, \dots$ ima jednakih članova. Ako redom ispišemo te članove, oni će činiti novi niz. Odredi zbroj prvih 100 članova tog niza.

Rješenje.

Zadana su dva niza:

$$17, \mathbf{21}, 25, 29, \dots \implies a_1 = 17, d_1 = 4,$$

$$16, \mathbf{21}, 25, 29, \dots \implies b_1 = 16, d_2 = 5;$$

Njihovi općii članovi glase:

$$a_n = 17 + (n - 1)d_1 = 17 + (n - 1) \cdot 4 = 17 + 4n - 4 = 4n + 13,$$

$$b_n = 16 + (n - 1)d_2 = 16 + (n - 1) \cdot 5 = 16 + 5n - 5 = 5n + 11.$$

Razlika traženog niza (c_n) biti će najmanji zajednički višekratnik razlika zadanih nizova:

$$d = M(d_1, d_2) = M(4, 5) = 20,$$

Iz ispisa zadanih nizova vidimo da im je prvi zajednički član 21, pa je $c_1 = 21$.

Traženi niz je:

$$(c_n) = 21, 41, 61, \dots$$

Suma prvih sto članova dobivenog niza je:

$$S_{100} = \frac{100}{2}(2 \cdot 21 + 99 \cdot 20) = 50(42 + 1980) = 101\,100.$$