

Zadatak 69. Za svaki $n \in \mathbf{N}$ zbroj S_n prvih n članova aritmetičkog niza jednak je $S_n = 4n^2 - 3n$. Odredi opći član niza.

Rješenje.

I. način:

Iz uvjeta zadatka $S_n = 4n^2 - 3n$, $\forall n \in \mathbf{N}$ imamo:

$$\frac{n}{2}(a_1 + a_n) = 4n^2 - 3n;$$

Za $n = 1$ je $S_1 = a_1$ te je:

$$a_1 = 4 - 3 = 1;$$

Sada imamo:

$$\begin{aligned} \frac{n}{2}(a_n + 1) &= n(4n - 3) / \cdot \frac{2}{n} \\ a_n + 1 &= 8n - 6 \implies a_n = 8n - 7; \end{aligned}$$

Opći član niza je $a_n = 8n - 7$.

II. način:

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= S_{n+1} - S_n = 4(n+1)^2 - 3(n+1) - (4n^2 - 3n) = 8n + 1; \\ a_n &= 8(n-1) + 1 = 8n - 7. \end{aligned}$$