

**Zadatak 19.** Zbroj prvih triju članova geometrijskog niza jednak je 21, a zbroj njihovih kvadrata iznosi 189. Koji je to niz?

**Rješenje.** Zapišimo zadane uvjete kao sustav dviju jednažbi s dvije nepoznanice:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 21$$

$$\underline{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 189}$$

$$a_1(1 + q + q^2) = 21$$

$$\underline{a_1^2(1 + q^2 + q^4) = 189}$$

Zbog

$$1 + q^2 + q^4 = 1 + 2q^2 + q^4 - q^2 = (1 + q^2)^2 - q^2 = (1 - q + q^2)(1 + q + q^2)$$

imamo:

$$a_1(1 + q + q^2) = 21$$

$$\underline{a_1^2(1 - q + q^2)(1 + q + q^2) = 189}$$

Uvrstimo li iz prve jednažbe  $1 + q + q^2 = \frac{21}{a_1}$  u drugu jednažbu dobijemo:

$$a_1(1 + q + q^2) = 21$$

$$\underline{21a_1(1 - q + q^2) = 189 / : 21}$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 21$$

$$\underline{a_1 - a_1q + a_1q^2 = 9}$$

Oduzmemo li drugu jednažbu od prve imamo:

$$2a_1q = 12 \implies a_1q = 6 \implies a_1 = \frac{6}{q}$$

Sada iz prve jednažbe izračunajmo kvocijent niza:

$$\frac{6}{q}(1 + q + q^2) = 21 / : 3$$

$$2 + 2q + 2q^2 = 7q$$

$$2q^2 - 5q + 2 = 0$$

$$2q^2 - 4q - q + 2 = 0$$

$$(2q - 1)(q - 2) = 0.$$

Dobili smo dva niza: niz čiji je prvi član  $(a_1)_1 = 12$  a razlika  $q_1 = \frac{1}{2}$  i niz čiji je prvi član  $(a_1)_2 = 3$  a razlika  $q_2 = 2$ .