

**Zadatak 21.** U sljedećoj tablici zadana su tri podatka o geometrijskom nizu. Izračunaj preostala dva.

	$n$	$q$	$a_1$	$a_n$	$S_n$
1)		2	4	1 024	
2)	7		4	108	
3)			3	96	189
4)	5	2	2		
5)		2	8		4 088
6)	7	2		128	

**Rješenje.** 1) Zadano je  $q = 2$ ,  $a_1 = 4$ ,  $a_n = 1024$ . Uvrstimo li zadane podatke u formulu  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$  možmo izračunati  $n$ :

$$1024 = 4 \cdot 2^{n-1} / : 4$$

$$2^{n-1} = 256 = 2^8 \implies n = 9;$$

Sada pomoću dobivenog  $n$  izračunajmo traženu sumu  $S_9$ :

$$S_9 = 4 \cdot \frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 4 \cdot 511 \implies S_9 = 2044;$$

2) Zadano je  $n = 7$ ,  $a_1 = 4$ ,  $a_7 = 108$ . Iz formule  $a_7 = a_1 \cdot q^6$  možemo izračunati kvocijent:

$$a_7 = a_1 q^6 = 4q^6 = 108$$

$$q^6 = 27 \implies q = \pm\sqrt[3]{3};$$

Sada pomoću dobivenih kvocijenta i zadanih podataka izračunajmo  $(S_7)_1$  i  $(S_7)_2$ :

$$S_7 = 4 \cdot \frac{(\pm\sqrt[3]{3})^7 - 1}{\pm\sqrt[3]{3} - 1}$$

$$(S_7)_1 = 4 \cdot \frac{27\sqrt[3]{3} - 1}{\sqrt[3]{3} - 1} \cdot \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} + 1}$$

$$\implies (S_7)_1 = 2(27\sqrt[3]{3} - 1)(\sqrt[3]{3} + 1);$$

$$(S_7)_2 = 4 \cdot \frac{-27\sqrt[3]{3} - 1}{-\sqrt[3]{3} - 1} \cdot \frac{-\sqrt[3]{3} + 1}{-\sqrt[3]{3} + 1}$$

$$\implies (S_7)_2 = 2(27\sqrt[3]{3} + 1)(\sqrt[3]{3} - 1);$$

3) Zadano je  $a_1 = 3$ ,  $a_n = 96$ ,  $S_n = 189$ . Pomoću zadanih podataka dobijemo dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$96 = 3 \cdot q^{n-1} / \cdot \frac{q}{3}$$

$$189 = 3 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} / : 3$$

$$q^n = 32q$$

$$63 = \frac{32q - 1}{q - 1}$$

Sada iz druge jednačbe izračunamo  $q$ :

$$32q - 1 = 63q - 63$$

$$-31q = -62 \implies q = 2;$$

Da bi dobili  $n$  uvrstimo dobiveni kvocijent u prvu jednačbu:

$$2^n = 32 \cdot 2 = 64 \implies n = 6;$$

4) Zadano je  $n = 5$ ,  $q = 2$ ,  $a_1 = 2$ . Uvrštavanjem zadanog u jednačbe

$$a_5 = a_1 \cdot q^4 \text{ i } S_5 = a_1 \frac{q^5 - 1}{q - 1} \text{ dobijemo tražene podatke:}$$

$$a_5 = a_1 q^4 = 2 \cdot 2^4 \implies a_5 = 32;$$

$$S_5 = a_1 \frac{q^5 - 1}{q - 1} = 2 \cdot \frac{32 - 1}{2 - 1} = 2 \cdot 31 \implies S_5 = 62;$$

5) Zadano je  $q = 2$ ,  $a_1 = 8$ ,  $S_n = 4088$ . Uvrštavanjem zadanih podataka u formulu za sumu izračunat ćemo  $n$ :

$$4088 = 8 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} / : 8$$

$$511 = 2^n - 1$$

$$2^n = 512 \implies n = 9;$$

Sada izračunajmo posljednji traženi podatak,  $a_9$ :

$$a_9 = a_1 q^8 = 8 \cdot 2^8 = 2^{11} \implies a_9 = 2048;$$

6) Zadano je  $n = 7$ ,  $q = 2$ ,  $a_7 = 128$ . Iz  $a_7 = a_1 \cdot q^6$  izračunamo  $a_1$ :

$$128 = a_1 \cdot 2^6$$

$$128 = a_1 \cdot 64 \implies a_1 = 2;$$

Još preostaje nam izračunati traženu sumu  $S_7$ :

$$S_7 = 2 \cdot \frac{2^7 - 1}{2 - 1} = 2 \cdot (128 - 1) \implies S_7 = 254.$$