

Zadatak 22. Zbroj triju uzastopnih članova geometrijskog niza iznosi 39, a zbroj njihovih kvadrata jednak je 819. Koji su to brojevi?

Rješenje.

Iz zadanih podataka dobije se sustav dviju jednažbi koji možemo svesti na sustav dviju jednažbi s dvije nepoznanice:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 39$$

$$\underline{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 819}$$

$$a_1(1 + q + q^2) = 39$$

$$\underline{39a_1(1 - q + q^2) = 819 / : 39}$$

$$a_1 + a_1q + a_1q^2 = 39$$

$$\underline{a_1 - a_1q + a_1q^2 = 21}$$

Oduzimanjem druge jednažbe od prve dobije se:

$$2a_1q = 18 \implies a_1q = 9 \implies a_1 = \frac{9}{q}$$

Uvrštavanjem dobivenog a_1 u prvu jednažbu izračunamo kvocijent:

$$\frac{9}{q}(1 + q + q^2) = 39 / : 3$$

$$3 + 3q + 3q^2 = 13q$$

$$3q^2 - 10q + 3 = 0$$

$$3q^2 - 9q - q + 3 = 0$$

$$(3q - 1)(q - 3) = 0$$

$$\implies q_1 = \frac{1}{3}, \quad q_2 = 3;$$

Dva geometrijska niza zadana sa $q_1 = \frac{1}{3}$, $(a_1)_1 = \frac{9}{q} = 27$ i $q_2 = 3$,

$(a_1)_2 = \frac{9}{q} = 3$ su rješenja zadatka.