

Zadatak 27.

Umnožak trećeg i devetog člana geometrijskog niza s pozitivnim članovima jednak je A . Koliko iznosi umnožak prvih 11 članova ovog niza?

Rješenje.

U zadatku je dano $a_3 \cdot a_9 = A$, a traži se $\prod_{k=1}^{11} a_k$. Iz uvjeta zadatka imamo:

$$a_3 a_9 = a_1 q^2 \cdot a_1 q^8 = a_1^2 q^{10} = (a_1 q^5)^2 = A$$

Sada je:

$$\begin{aligned}\prod_{k=1}^{11} a_k &= a_1^{11} (1 \cdot q \cdot q^2 \cdot \dots \cdot q^{10}) = a_1^{11} q^{1+2+3+\dots+10} = a_1^{11} q^{55} \\ &= (a_1 q^5)^{11} = [(a_1 q^5)^2]^{\frac{11}{2}} = A^{\frac{11}{2}} = A^5 \sqrt{A}.\end{aligned}$$