

Zadatak 29.

Nadji sve brojeve x , y i z za koje vrijede jednakosti $2x^4 = y^4 + z^4$, $xyz = 8$, a brojevi $\log_y x$, $\log_z y$ i $\log_x z$ uzastopni su članovi geometrijskog niza.

Rješenje.

$$2x^4 = y^4 + z^4, \quad xyz = 8$$

$$\log_z y = \sqrt{\log_y x \log_x z} / 2, \quad x, y, z > 0, \quad x, y, z \neq 1$$

$$\log_z^2 y = \log_y x \log_x z$$

$$\frac{\log^2 y}{\log^2 z} = \frac{\log x \log z}{\log y \log x}$$

$$\log^3 y = \log^3 z \implies \log y = \log z \implies y = z$$

$$2x^4 = 2y^4$$

$$x^4 = y^4 \implies x = y$$

$$xzy = 8 \implies x^3 = 8 \implies x = y = z = 2.$$