

Zadatak 33. Zbroj prvih četiriju članova geometrijskog niza jednak je 30, a zbroj četiriju što slijede iznosi 480. Koliki je zbroj prvih 12 članova ovog niza?

Rješenje.

Iz uvjeta zadatka dobije se sustav dviju jednadžbi koje ćemo svesti na sustav dvije jednadžbe s dvije nepoznanice:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 30$$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 480, S_{12} = ?$$

$$a_1(1 + q + q^2 + q^3) = 30$$

$$q^4 a_1(1 + q + q^2 + q^3) = 480$$

Dijeljenjem druge jednadžbe s prvom dobije se:

$$q^4 = 16 \implies q_{1,2} = \pm 2;$$

Sada za $q_1 = 2$ imamo:

$$a_1(1 + 2 + 4 + 8) = 30, 15a_1 = 30 \implies (a_1)_1 = 2;$$

$q_2 = -2$:

$$a_1(1 - 2 + 4 - 8) = 30, -5a_1 = 30 \implies (a_1)_2 = -6;$$

Dobili smo dva različita niza čije su sume:

$$(S_{12})_1 = 2 \frac{2^{12} - 1}{2 - 1} = 2 \cdot 4095 \implies (S_{12})_1 = 8190;$$

$$(S_{12})_2 = -6 \frac{(-2)^{12} - 1}{-2 - 1} = 2 \cdot (2^{12} - 1) \implies (S_{12})_2 = 8190.$$