

Zadatak 35. U geometrijskom nizu s pozitivnim članovima je $S_2 = 4$, $S_3 = 13$. Odredi S_4 .

Rješenje. $S_2 = 4$, $S_3 = 13$, $S_4 = ?$

Iz uvjeta zadatka dobije se sustav dviju jednadžbi:

$$a_1 + a_2 = 4$$

$$\underline{a_1 + a_2 + a_3 = 13}$$

Oduzimanjem prve jednadžbe od druge dobije se:

$$a_3 = 9.$$

Iz posljednje jednakosti i prvog uvjeta dobijemo sustav dviju jednadžbi s dvije nepoznanice:

$$a_1(1 + q) = 4$$

$$\underline{a_1 q^2 = 9}$$

Iz druge jednadžbe imamo $a_1 = \frac{9}{q^2}$. Uvrstimo li to u prvu dobije se:

$$9(1 + q) = 4q^2$$

$$4q^2 - 9q - 9 = 0$$

$$4q^2 - 12q + 3q - 9 = 0$$

$$(4q + 3)(q - 3) = 0;$$

odakle slijedi

$$q_1 = 3, (a_1)_1 = \frac{9}{q_1^2} = 1 \quad \text{ili}$$

$$q_2 = -\frac{3}{4}, (a_1)_2 = \frac{9}{q_2^2} = 16.$$

Kako je uvjet zadatka da je geometrijski niz s pozitivnim članovima onda je traženo rješenje $q = 3$, $a_1 = 1$ pa imamo:

$$S_4 = 1 \frac{3^4 - 1}{3 - 1} = \frac{81 - 1}{2} = \frac{80}{2} = 40.$$