

Zadatak 37. Zbroj prvih 11 članova geometrijskog niza čini 20% od zbroja jedanaest članova što slijede. Koliko je puta prvi član niza manji od jedanaestog?

Rješenje. Uvjet zadatka glasi $S_{11} = \frac{1}{5}(S_{22} - S_{11})$, odnosno:

$$a_1(1 + q + q^2 + \dots + q^{10}) = \frac{1}{5}a_1(q^{11} + q^{12} + q^{13} + \dots + q^{21}) / : a_1$$

$$1 + q + q^2 + \dots + q^{10} = \frac{1}{5}q^{11}(1 + q + q^2 + \dots + q^{10})$$

$$1 = \frac{1}{5}q^{11} \implies q^{11} = 5 \implies q = 5^{\frac{1}{11}}.$$

Sada je:

$$a_{11} = a_1q^{10} = a_1 \cdot 5^{\frac{10}{11}} \implies a_{11} : a_1 = \left(a_1 \cdot 5^{\frac{10}{11}}\right) : a_1 = 5^{\frac{10}{11}}.$$