

Zadatak 42. Imamo niz $1, (1 + 2), (1 + 2 + 2^2), \dots, (1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{n-1})$. Koliki je zbroj prvih n članova ovog niza?

Rješenje. Opći član danog niza jednak je

$$a_k = 1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1} = 1 \cdot \frac{2^k - 1}{2 - 1} = 2^k - 1.$$

Zbroj n članova ovog niza je

$$\begin{aligned} S_n &= (2 - 1) + (2^2 - 1) + (2^3 - 1) + \dots + (2^n - 1) \\ &= 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n - n = (2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n) - n \\ &= \left(2 \cdot \frac{2^n - 1}{2 - 1} \right) - n = 2^{n+1} - n - 2. \end{aligned}$$