

Zadatak 47. U geometrijskom nizu vrijedi $a_m \cdot a_n = a_u \cdot a_v$ ako i samo ako je $m+n = u+v$. Dokaži! Koja je analogna tvrdnja vrijedila za aritmetički niz?

Rješenje.

Dokaz ćemo provesti izravno – uvrštavanjem:

$$\begin{aligned} a_m \cdot a_n = a_u \cdot a_v &\iff a_1 \cdot q^{m-1} \cdot a_1 \cdot q^{n-1} = a_1 \cdot q^{u-1} \cdot a_1 \cdot q^{v-1} \\ &\iff q^{m+n-2} = q^{u+v-2} \iff m+n-2 = u+v-2 \\ &\iff m+n = u+v \end{aligned}$$