

Zadatak 54. Tri broja čiji je zbroj 21 čine aritmetički niz. Ako drugom oduzmemo 1, a trećem dodamo 1, dobit ćemo tri broja koji čine geometrijski niz. Koji su to brojevi?

Rješenje. Neka su a , b i c traženi brojevi. Sada iz uvjeta (za aritmetički niz) imamo:

$$a + b + c = 21 \quad \text{i} \quad 2b = a + c$$

Uvrstimo li iz druge jednakosti da je $a + c$ jednako $2b$ u prvu dobije se

$$3b = 21, \quad b = 7.$$

Brojevi a , $b - 1$, $c + 1$ čine geometrijski niz što možemo zapisati kao

$$(b - 1)^2 = a(c + 1)$$

$$36 = ac + a;$$

što uz $a + c = 2b = 14$, $c = 14 - a$ daje kvadratnu jednadžbu

$$36 = a(14 - a) + a,$$

$$a^2 - 15a + 36 = 0,$$

$$(a - 3)(a - 12) = 0,$$

Imamo dva rješenja:

Za $a = 3$ aritmetički niz je 3, 7, 11 ($d = 4$) a geometrijski 3, 6, 12 ($q = 2$);

Za $a = 12$ aritmetički niz je 12, 7, 2 ($d = -5$) a geometrijski 12, 6, 3 ($q = \frac{1}{2}$).