

Zadatak 56. Zbroj triju brojeva koji čine geometrijski niz iznosi 28. Ako se najveći umanjiti za 4, dobit će se tri uzastopna člana aritmetičkog niza. Koji su to brojevi?

Rješenje.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 28 \text{ — geometrijski niz}$$

$$a_1, a_2, a_3 - 4 \text{ — aritmetički niz}$$

Iz uvjeta za geometrijski niz imamo:

$$2a_2 = a_1 + a_3 - 4 \implies a_1 + a_3 = 2a_2 + 4$$

Uvrstimo li dobiveno u uvjet za aritmetički niz možemo izračunati a_2 :

$$2a_2 + 4 + a_2 = 28$$

$$3a_2 + 4 = 28 \implies a_2 = 8$$

Sada iz $a_2 = 8$ i $a_1 + a_3 = 2a_2 + 4$ dobije se sustav dvije jednačbe s dvije nepoznanice:

$$a_1 q = 8$$

$$\underline{a_1(1 + q^2) = 20}$$

Iz prve jednačbe izrazimo a_1 pomoću q i uvrstimo u drugu jednačbu te tako izračunamo kvocijent:

$$\frac{8}{q}(1 + q^2) = 20 \quad / : 4$$

$$2(1 + q^2) = 5q$$

$$2q^2 - 5q + 2 = 0$$

$$(2q - 1)(q - 2) = 0$$

$$q_1 = \frac{1}{2}, \quad q_2 = 2$$

Sada iz $a_1 = \frac{8}{q}$ dobije se:

$$(a_1)_1 = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16, \quad (a_1)_2 = \frac{8}{2} = 4$$

te su traženi nizovi:

1) geometrijski: 16, 8, 4; $\left(q = \frac{1}{2}\right)$; aritmetički: 16, 8, 0; $(d = -8)$;

2) geometrijski: 4, 8, 16; $(q = 2)$; aritmetički: 4, 8, 12; $(d = 4)$.