

Zadatak 58. Zbroj prvih triju članova geometrijskog niza jednak je 42. Ti su isti brojevi prvi, drugi i šesti član rastućeg aritmetičkog niza. Nađi te brojeve.

Rješenje. Označimo sa g_i , $i = 1, 2, 3$ članove geometrijskog niza, a sa a_j , $j = 1, 2, 6$ odgovarajuće članove aritmetičkog niza. Iz uvjeta zadatka imamo:

$$g_1 = a_1, \quad g_2 = a_2, \quad g_3 = a_6;$$

$$g_1 + g_2 + g_3 = a_1 + a_2 + a_6 = 42$$

$$a_1 + a_1 + d + a_1 + 5d = 42;$$

Iz svojstava aritmetičkog niza imamo:

$$3a_1 + 6d = 42 \quad / : 3$$

$$a_1 + 2d = 14$$

$$a_1 = 14 - 2d;$$

a iz svojstava geometrijskog niza $g_2^2 = g_1 \cdot g_3$ odnosno:

$$a_2^2 = a_1 \cdot a_6$$

$$(a_1 + d)^2 = a_1(a_1 + 5d)$$

$$a_1^2 + 2a_1d + d^2 = a_1^2 + 5a_1d;$$

Uvrstimo li $a_1 = 14 - 2d$ u dobiveno imamo:

$$2(14 - 2d)d + d^2 - 5(14 - 2d)d = 0$$

$$28d - 4d^2 + d^2 - 70d + 10d^2 = 0$$

$$7d^2 - 42d = 0 \quad / : 7$$

$$d(d - 6) = 0 \implies d_1 = 6 \text{ ili } d_2 = 0;$$

Za $d_1 = 6$, $(a_1)_1 = 2$; za $d_2 = 0$, $(a_1)_2 = 14$; te su traženi nizovi: 1) aritmetički: **2, 8, 14, 20, 26, 32, ...**; geometrijski 2, 8, 32;

2) aritmetički: 14, 14, 14, ...; geometrijski 14, 14, 14.